

Covariación instrumentada con GeoGebra

Trabajo Fin de Máster

Guillermo Gallego Sánchez

Dirigido por Inés María Gómez Chacón

Índice

1. Planteamiento del problema
2. Fundamentación teórica
3. Objetivos
4. Metodología
5. Resultados
6. Conclusiones

1. Planteamiento del problema

Motivación

Dificultades del alumnado para entender el concepto de función:

- $f(x+a)=f(x)+a$
- Funciones constantes
- Funciones patológicas
- Situaciones que sugieren una gráfica
- El “problema de la botella”

Planteamiento del problema

Desarrollar un estudio que:

- Tenga en cuenta la definición formal y la historia del concepto de función.
- Considere varios enfoques didácticos del concepto de función.
- Diseñe actividades para entender las funciones.
- Explore las posibilidades de los DGA.

2. Fundamentación teórica

Índice del marco teórico

- Dimensión histórica
 - Historia del concepto de función
- Dimensión didáctica
 - El papel de las variables
 - Covariación
 - Análisis de los libros de texto
 - Trayectorias hipotéticas de aprendizaje

Historia del concepto de función

Origen: Cinemática en Galileo y Kepler (S. XVI-XVII)

Desarrollo: Newton, Leibniz y más tarde Euler (S. XVII-XVIII)

Primera crisis: La ecuación de onda y el análisis de Fourier (S. XVIII-XIX)

Primera definición formal: Dirichlet (S. XIX)

Segunda crisis: Fundamentación de la matemática (Principios del s. XX)

Definición actual (conjuntista): Bourbaki (Años 30)

El papel de las variables

Modelo 3UV:

- 3 Usos de las Variables
(Trigueros y Ursini, 2003)

Modelo de la TAD:

- «Álgebra como modelización» frente a «aritmética generalizada»
(Bolea, 2002)

Covariación

- Concepción de las funciones *como proceso* frente a *como acción*.
- *Razonamiento covariacional*:

Concepción de las variables variando, y variando simultáneamente.

- Construcción de *objetos multiplicativos*.
- Funciones paramétricas.
- *Covariación instrumentada* mediante el diseño de situaciones didácticas.

(Oehrtman, Carlson y Thompson, 2008)

Análisis de los libros de texto

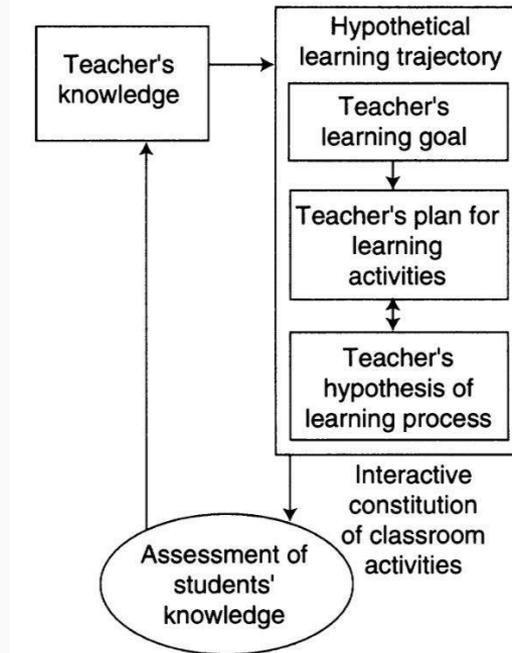
- Bruño 1º de ESO
- Anaya 3º de ESO Aplicadas
- Bruno 1º de Bachillerato Ciencias
- Spivak *Calculus*
- Apostol *Calculus*
- Tipler *Física*

Pregunta	Bruño ESO	Anaya	Bruño Bach.	Spivak	Apostol	Tipler
¿Def. rigurosa?	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	No
¿Historia?	No	Sí	No	No	Sí	No
¿Modelización?	Sí	Sí	No	No	Sí	Sí
¿Noción dinámica?	No	No	No	No	No	Sí
¿Covariación?	No	No	No	No	No	Sí

Trayectorias hipotéticas de aprendizaje

Herramienta de diseño instruccional basada en la construcción de una “trayectoria hipotética” a seguir durante el proceso de enseñanza y que se va viendo corregida a lo largo de éste.

(Simon, 1995)



3. Objetivos

Objetivos

Objetivo general: Desarrollar una THA para un primer tema de funciones en la ESO en el marco teórico de la covariación instrumentada mediante el manejo de un software de geometría dinámica.

Objetivos específicos: página 29.

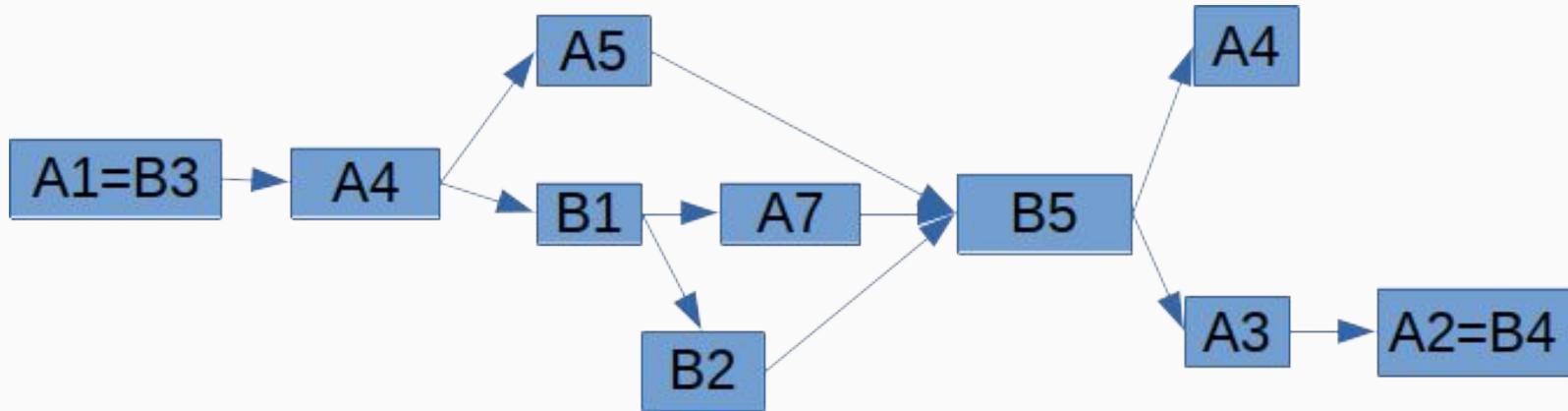
4. Metodología

Análisis didáctico para la selección de capacidades de la THA

- **Análisis de contenido:** Primer tema de funciones basado en el currículum de la ESO
- **Análisis cognitivo:**
 - **Capacidades previas:** 1º de ESO
 - **Capacidades a desarrollar:**
 - Curriculares (A1-A7)
 - Asociadas al marco teórico (B1-B6)

(Gómez y Lupiáñez, 2007)

Construcción de la THA



Material: GeoGebra

- Es un DGA con capacidades 3D
- Su interfaz es muy sencilla de usar
- Es *software libre*
- Está traducido a todas las lenguas oficiales del estado

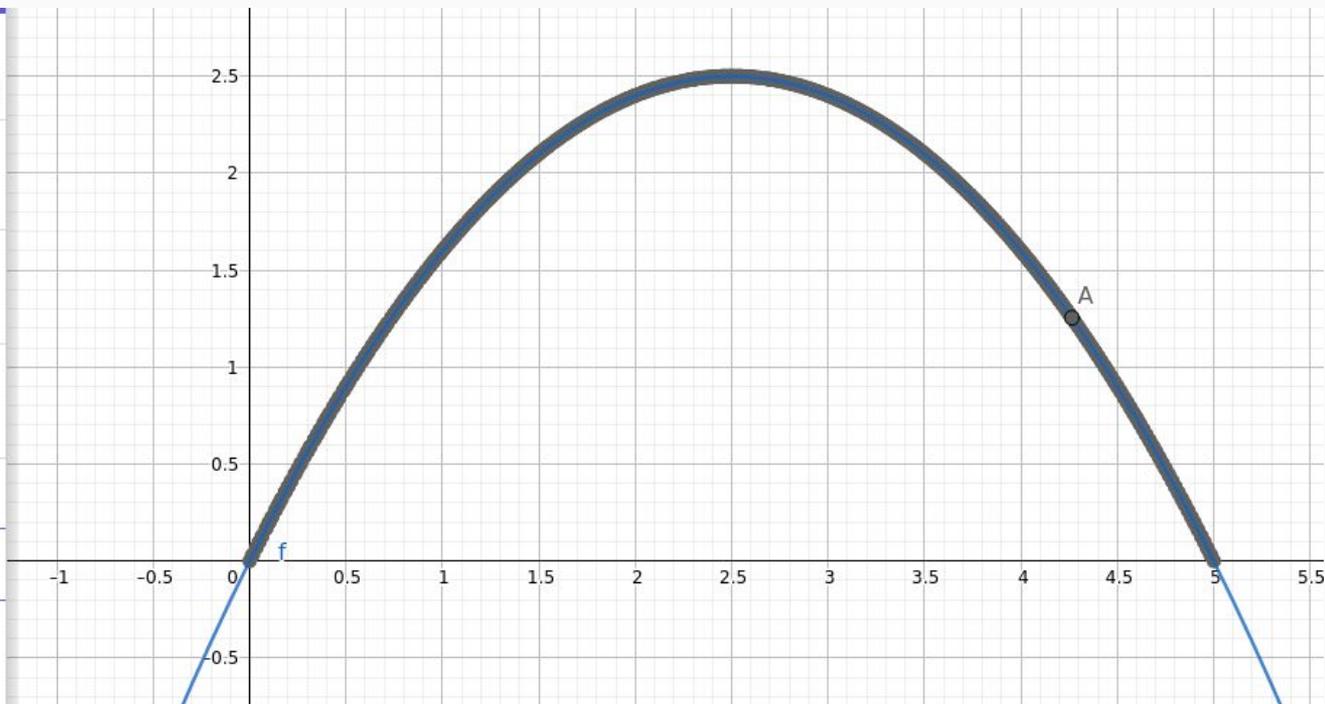
5. Resultados

Diseño y secuenciación de las actividades

- Se ha construido una THA consistente en:
 - 4 actividades para trabajar las funciones
 - 1 propuesta de implementación de las mismas

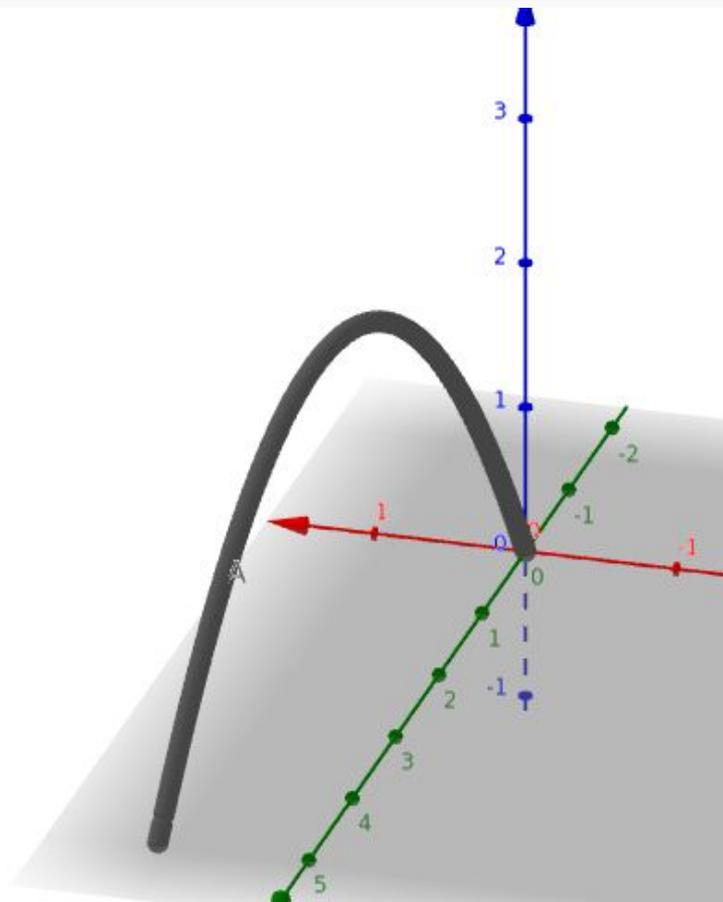
Ejemplo de actividad: Un tiro a canasta

<input type="radio"/>	$T = 0.853$	⋮
<input type="range"/>	0 ————— 1	▶
<input type="radio"/>	$X = 5 T$ → 4.265	⋮
<input type="radio"/>	$Y = 10 T - 10 T^2$ → 1.25391	⋮
<input type="radio"/>	$A = (X, Y)$ → (4.265, 1.25391)	⋮
<input type="radio"/>	$f: y = 2x - 2 / 5 x^2$	⋮
<input type="text"/>	Entrada...	



Ejemplo de actividad: Un tiro a canasta

<input type="radio"/>	$T = 0.84$ 0 <input type="range" value="0.84"/> 1 <input type="button" value="▶"/>	⋮
	$X = 5 T$ → 4.19	⋮
	$Y = 10 T - 10 T^2$ → 1.36	⋮
<input type="radio"/>	$A = (T, X, Y)$ → (0.84, 4.19, 1.36)	⋮
<input type="button" value="⊕"/>	Entrada...	



Ejemplo de actividad: Un tiro a canasta

$$v_{x,0} = 6.87$$



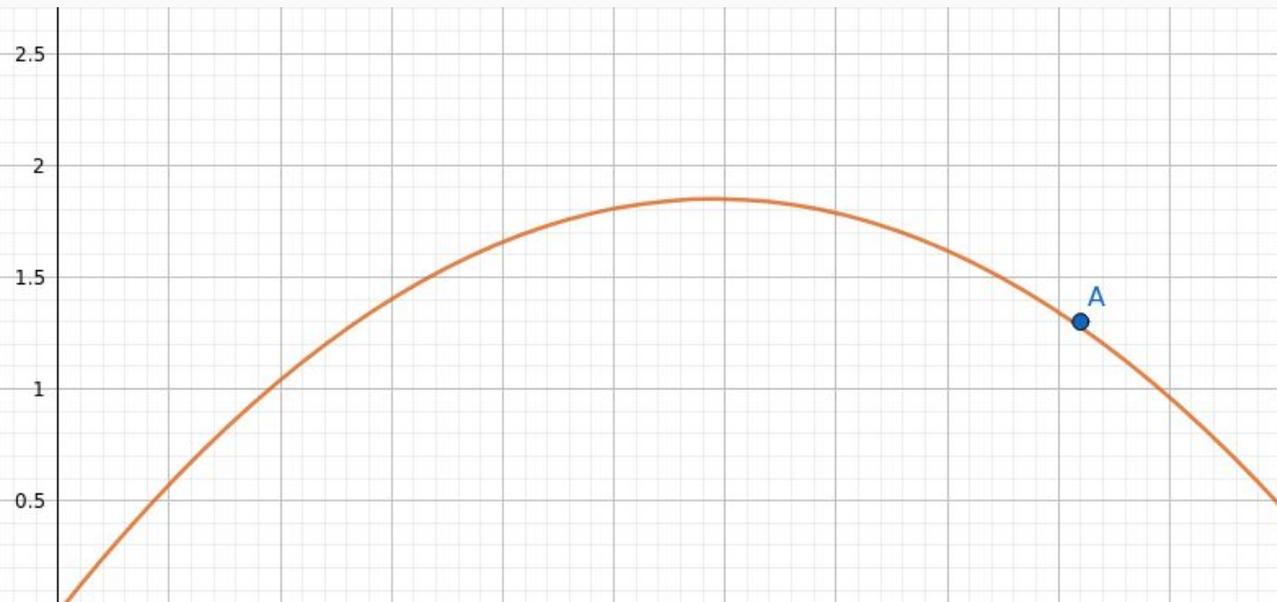
$$v_{y,0} = 8.6$$



$$f: y = 8.6 / 6.87 x - 10 / 6.87^2 x^2$$

$$A = (4.6, 1.3)$$

Entrada...



Ejemplo de actividad: Un tiro a canasta

$v = 0.97$

0 10 ▶

$$\text{ec1 : } X = \left(x, \frac{10}{v} x - \frac{10}{v^2} x^2, v \right)$$

$$\rightarrow X = (0.49, 2.5, 0.97) + (-0.05 x, -0.0098 x^2, 0)$$

Entrada...

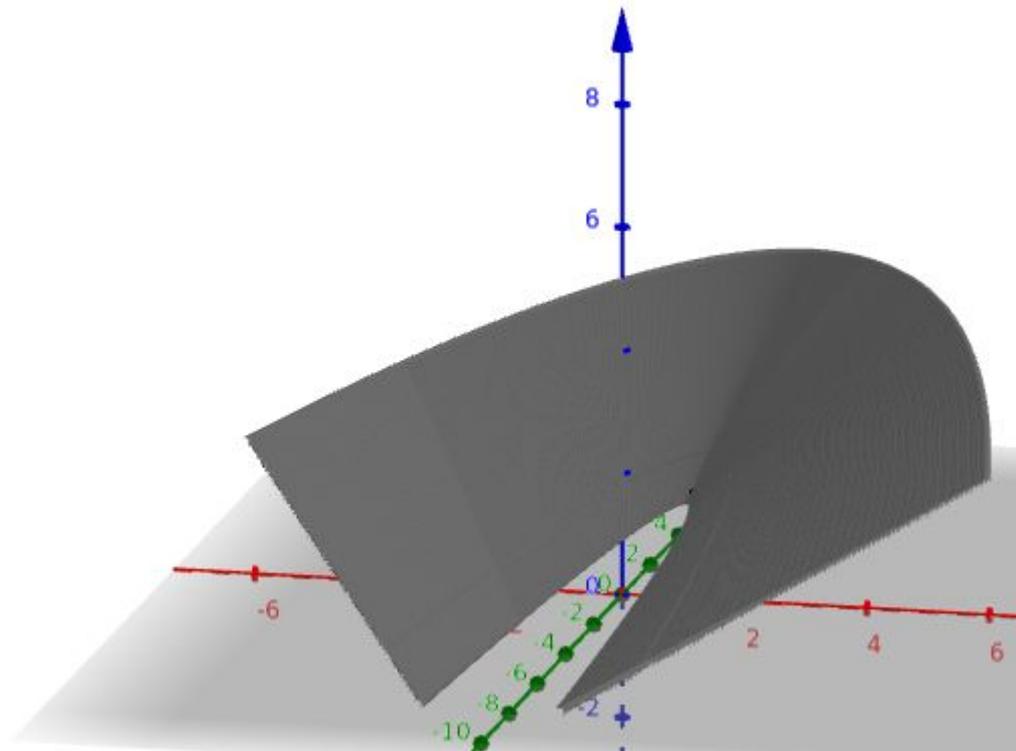
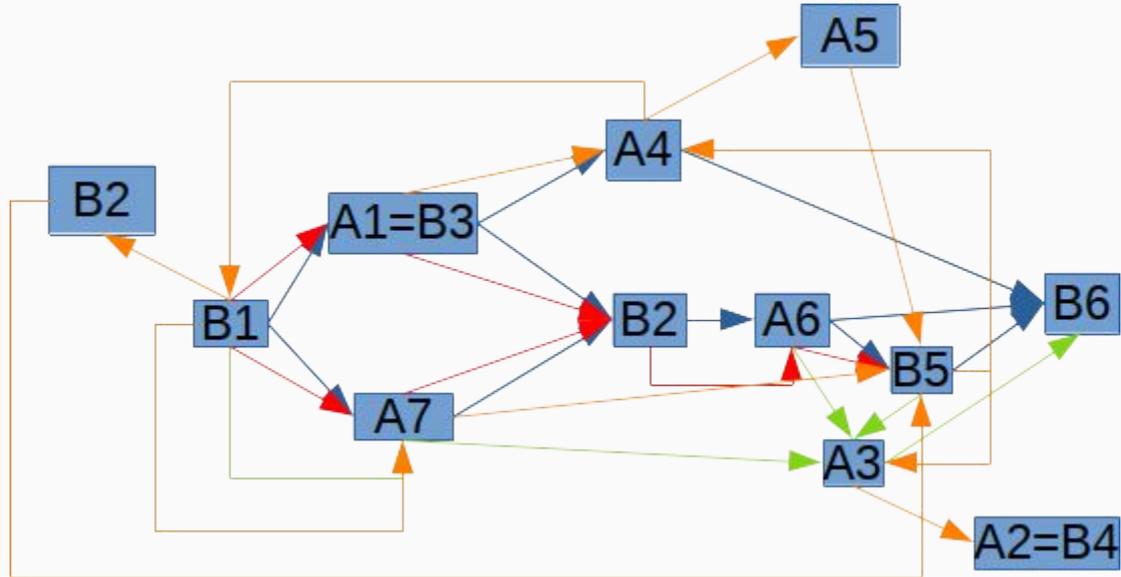


Diagrama de flujo de la THA



6. Conclusiones

Conclusiones respecto de los objetivos

- Desarrollo de la THA ✓
- Utilización de la covariación instrumentada ✓
- Objetivos específicos:
 - Desarrollo de las capacidades A y B ✓

Limitación

Suspensión de las clases por la COVID-19.

No se ha podido implementar la THA en el aula.

Futuras líneas de acción

- Implementación en el aula de la THA
- Exploración de las funciones en relación con informática y programación

Desarrollo como profesor

- Importancia del desarrollo del pensamiento funcional.
- Importancia del dominio de la materia.
- Importancia de la Historia de las Matemáticas en la Didáctica.
- Importancia de un uso sensato y libre de las nuevas tecnologías

- Bolea, P. (2002). *El proceso de algebrización de organizaciones matemáticas escolares*.
- Gómez, P., y Lupiáñez, J. L. (2007). Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.
- Oehrtman, M. C., Carlson, M. P., y Thompson, P. W. (2008). Foundational reasoning abilities that promote coherence in students' understandings of function.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing Mathematics Pedagogy from a constructivist perspective.
- Trigueros, M., y Ursini, S. (2003). First year undergraduates' difficulties in working with the concept of variable.