Ejercicios clase funciones

1. Expresa algebraicamente las siguientes funciones:
   a. La función que asigna a cada número su triple
   b. La función que asigna a cada número su doble más 5.
   c. La función que a cada número le asigna su mitad.
   d. La función que a cada número le asigna su opuesto.
   e. La función que expresa la distancia recorrida cada hora por un automóvil que circula a 60 km/h.
   f. La función que relaciona el radio de una circunferencia y su perímetro.
   g. La función que relaciona el radio de una circunferencia y su área.

2. Una compañía de telefonía móvil cobra a sus clientes una cantidad fija al mes de 10 € más 0,1 € por cada minuto de llamada. Construir una tabla que relacione el tiempo consumido y el coste de la factura. ¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente? Expresar algebraicamente la función correspondiente.

3. Para cada una de las siguientes funciones, construir una tabla de valores apropiada y dibujar, a continuación, su gráfica:
   a. $f(x)=x+2$
   b. $f(x)=2x-3$
   c. $f(x)=x^2-4$
   d. $f(x)=-3x-1$
   e. $f(x)=x^2-6x+5$.

4. Calcula los 0 de la función $f(x) = x^3+3x^2+4x$.
5. Considera la siguiente función a trozos:
$f(x)=$
   $1/x$ si $x<0$,
   x si $0<= x < 1$
   $2x-1$ si $1<x<=2$
   x^2-2 si $2<=x<3$
   $-2x$ si $x>= 3$

Se pide:
   a. Hacer una gráfica de la función.
   b. Estudiar la continuidad de la función
   c. Calcular su función derivada.
6. Calcula las siguientes derivadas:
   a. $f(x)=5$
   b. $f(x)=-2x+2$
   c. $f(x)=-2x^2-5$
   d. $f(x)=2x^4+x^3-x^2+4$
   e. $f(x)=(x^3+2)/3$
   f. $f(x)=1/3x^2$
   g. $f(x)=(x+1)/(x-1)$
   h. $f(x)=(5x^2-3)(x^2+x+4)$

7. Calcula el valor mínimo de la función $f(x) =e^x(2x^2+x-8)$.
8. Resuelve los siguientes problemas de optimización:
   a. Obtener el triángulo isósceles de área máxima inscrito en un círculo de radio 12 cm. (Nota: Área de un triángulo = base x altura /2)

b. Un triángulo isósceles de perímetro 30 cm, gira alrededor de su altura engendrando un cono. ¿Qué valor debe darse a la base para que el volumen del cono sea máximo? (Nota: Volumen de un cono = pi x radio^2 x altura /3)

c. Una huerta tiene actualmente 25 árboles, que producen 600 frutos cada uno. Se calcula que por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos. Calcular:

1 La producción actual de la huerta.

2 La producción que se obtendría de cada árbol si se plantan x árboles más.

3 La producción a la que ascendería el total de la huerta si se plantan x árboles más.

4 ¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para qué la producción sea máxima?

d. El beneficio neto mensual, en millones de euros, de una empresa que fabrica autobuses viene dado por la función:

$B(x)= 1.2x - (0.1x)^3$

donde x es el número de autobuses fabricados en un mes.

1 Calcula la producción mensual que hacen máximo el beneficio.

2 El beneficio máximo correspondiente a dicha producción.

9. Calcula el vector gradiente de $f(x,y)=3xy^2$ y de $f(x,y,z)= z(x^2+y^3)$.

10. Aplicar unas pocas iteraciones del método de gradient descent a la función $f(x,y)=x^2+2y^2-2y-2xy$.